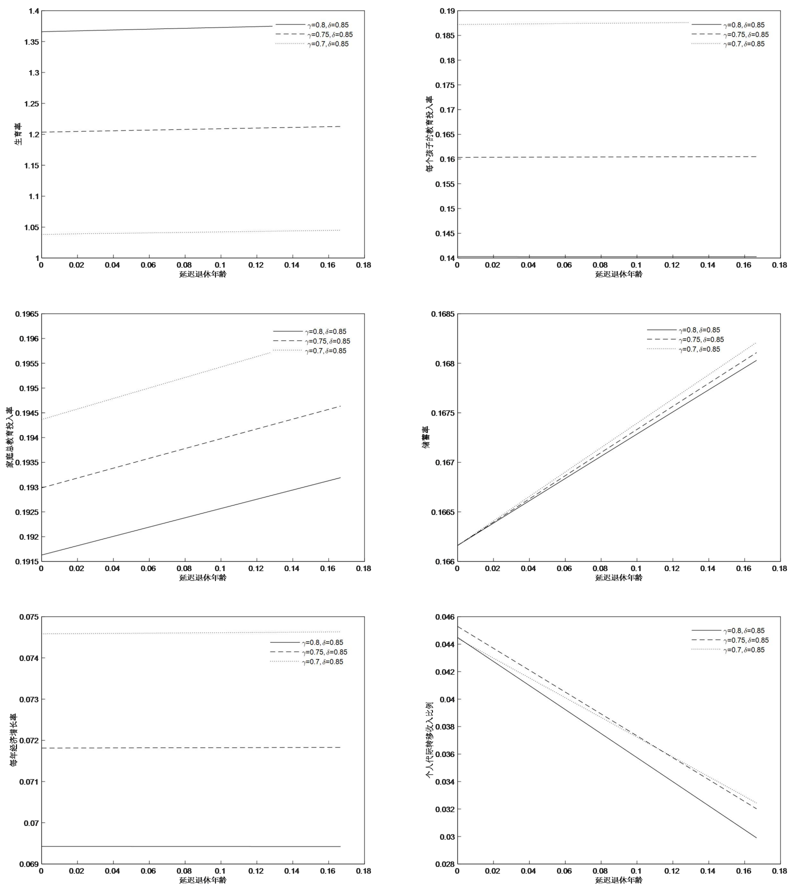
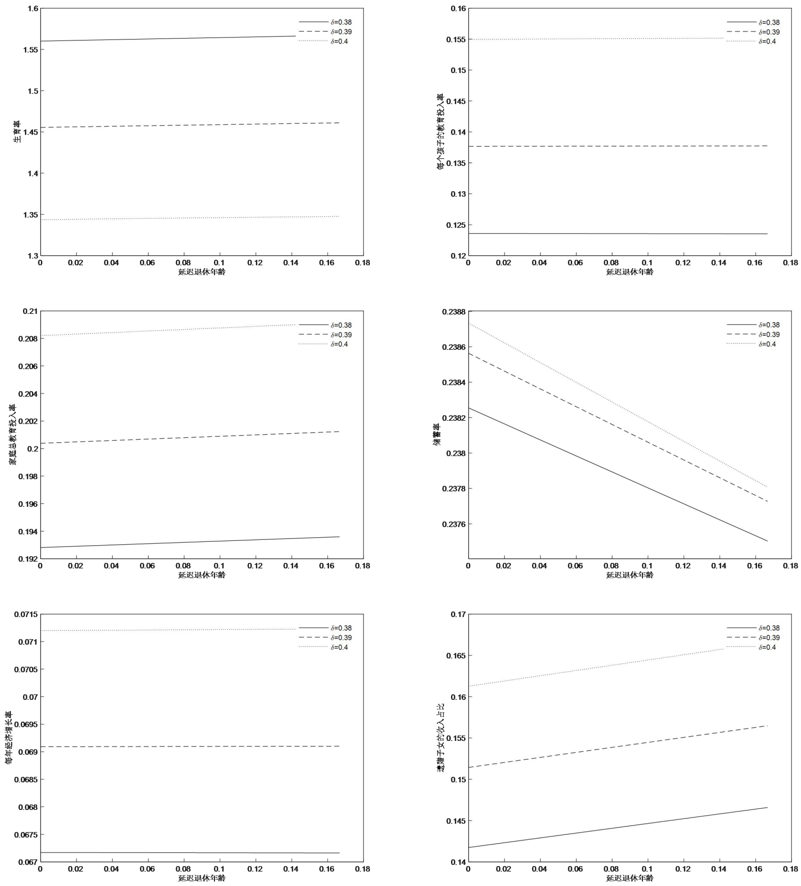
附表 1　　　　　　　　　　　　　　　　**参数设定**

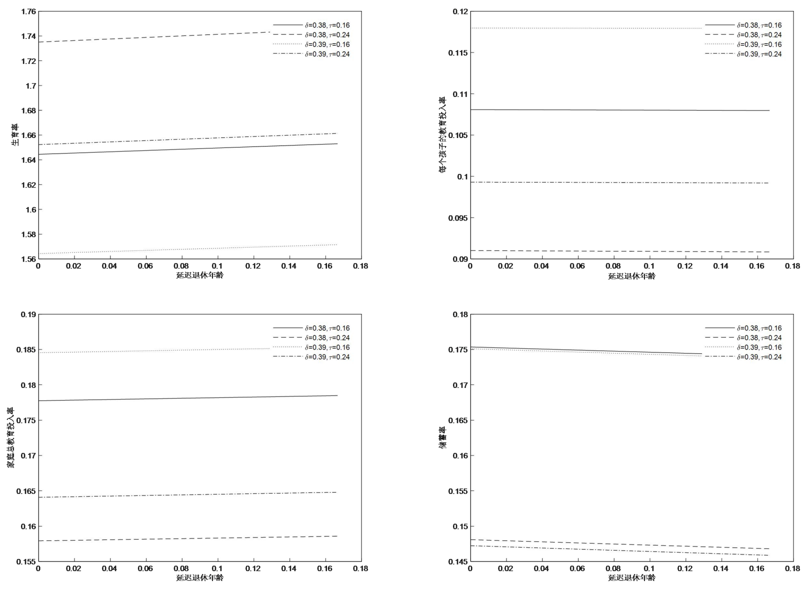
参数	含义说明	取值
α	物质资本产出弹性	0.30,0.40, 0.50
β	时间贴现因子	0.55, 0.74
γ	生育子女数目的偏好程度	0.85
δ	对人力资本积累的偏好程度	0.85
θ	个人教育投入对人力资本积累的弹性	0.50
v	生育一个孩子耗费的时间	0.10
ϕ	养育一个孩子物质支出占工资比例	0.05
B	人力资本积累的技术参数	20
τ	社会保障统筹比例	0.10,0.16
p	老年期生存概率	0.60,0.80
x	延迟退休年龄	1/6

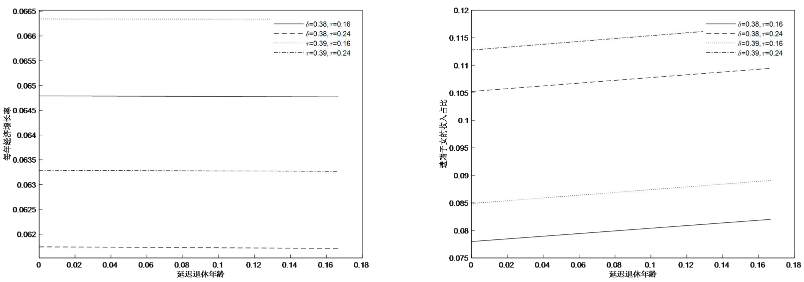


附图 1　延迟退休年龄对经济变量的影响（$\gamma < \delta$）

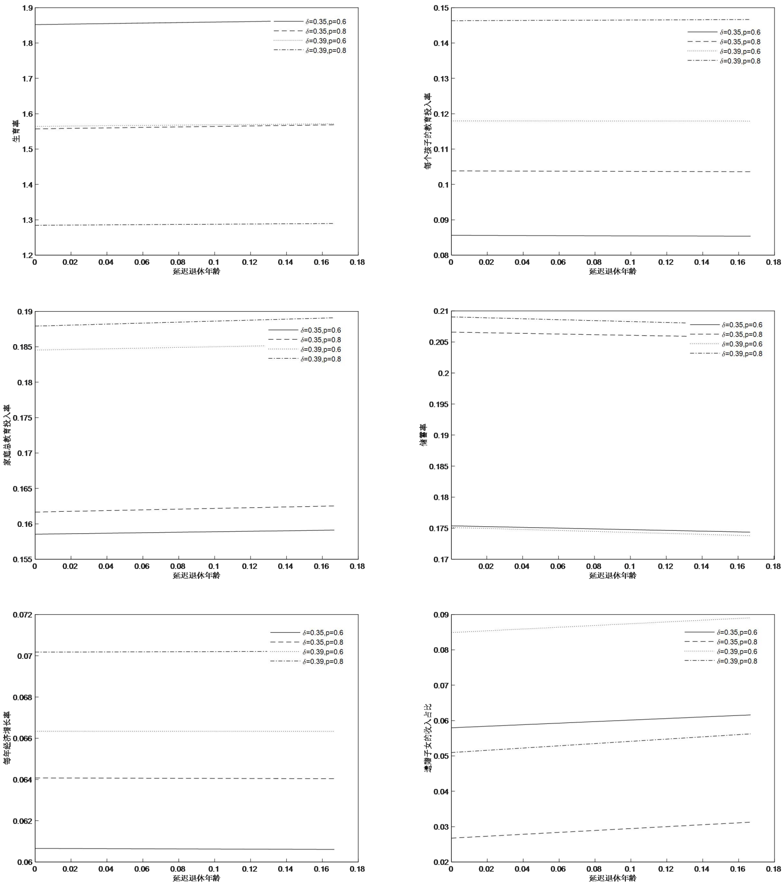


附图 2　延迟退休年龄对经济变量的影响（α=0.50）





附图 3　延迟退休年龄对经济变量的影响（τ=0.16，0.24）



附图 4　延迟退休年龄对经济变量的影响（p=0.60，0.80）

附录 1 生育子女数量对质量的替代分析

在给定一系列参数设定下，数值分析部分给出了延迟退休年龄对生育子女数量与质量的影响。

命题 1：延迟退休年龄使得均衡时的生育率提高，每个孩子的教育投入率下降，构成了生育子女数量对质量的替代关系。

证明：实际上，我们对式（13）两边取对数后，再对 x 求偏导有：

$$\frac{\partial \mathrm{e}}{\partial x}=-\frac{[\phi\gamma-(\gamma-2\delta\theta)(1-\tau)v]ve}{[(2\delta\theta-\gamma)vn+\gamma-\delta\theta][(1-\tau)v+\phi(1-2vn)]}\frac{\partial n}{\partial x}$$

由于个人教育投入率 e 的非负性，则：$\delta\theta vn+(\gamma-\delta\theta)(1-vn)=(2\delta\theta-\gamma)vn+\gamma-\delta\theta>0$，

而 $(1-\tau)v+\phi(1-2vn)>0$ 。因此，$\frac{\partial \mathrm{e}}{\partial x}$ 的正负主要取决于 $M=[\phi\gamma-(\gamma-2\delta\theta)(1-\tau)v]ve$ 和 $\frac{\partial n}{\partial x}$ 的符号。进一步，在之前参数设定的情形下，$M=[\phi\gamma-(\gamma-2\delta\theta)(1-\tau)v]ve$ $=\gamma[\phi+v(1-\tau)(2\theta-1)]ve>0$ 。因此，当 $\frac{\partial n}{\partial x}>0$ 时，$\frac{\partial \mathrm{e}}{\partial x}<0$ 。

延迟退休年龄使得人们的工作期延长，领取工资收入的时间增加，在其它条件不变下，人们的退休闲暇时间相对缩短，根据生命周期平滑消费理论，人们的预防性储蓄减少，可支配收入相对增加，这会提高均衡时的生育率，根据质量-数量权衡理论，每个孩子的教育投入下降。因此，延迟退休年龄使得均衡时的生育率提高，而个人教育投入下降，构成了生育子女数量对质量的替代关系。

附录 2 家庭养老保障机制下延迟退休对生育子女数量与质量影响的理论分析

命题 2：（1）当 $\gamma=\delta$ 时，有（a）$\theta\geq 1/2$ 时，$\frac{\partial e}{\partial x}<0$；（b）$\theta<1/2$ 时，当 $e\leq\frac{2\theta\phi}{1-2\theta}$ 时，$\frac{\partial e}{\partial x}<0$，当 $e>\frac{2\theta\phi}{1-2\theta}$ 时，$\frac{\partial e}{\partial x}>0$ 。（2）当 $\gamma>\delta$ 时，有：（a）$\gamma\leq 2\delta\theta$ 时，$\frac{\partial e}{\partial x}<0$；（b）$\gamma>2\delta\theta$ 时，且 $e<\frac{2\delta\theta\phi}{\gamma-2\delta\theta}$ 时，$\frac{\partial e}{\partial x}<0$ 。（3）当 $2\delta\theta<\gamma<\delta$ 时，但 $e>\frac{2\delta\theta\phi}{\gamma-2\delta\theta}$ 成立，有 $\frac{\partial e}{\partial x}>0$ 。

推论 1：当 $v=0$ 时，有：（1）$\gamma=\delta$ 时，$\frac{\partial e}{\partial x}=0$ 。（2）当 $\gamma>\delta$ 时，且 $e>\frac{\delta\theta\phi}{\gamma-\delta\theta}$ 成立，$\frac{\partial e}{\partial x}<0$ 。（3）当 $\gamma<\delta<\frac{\gamma}{\theta}$ 时，且 $e<\frac{\delta\theta\phi}{\gamma-\delta\theta}$，$\frac{\partial e}{\partial x}>0$ 。

证明：当 $\gamma=\delta$ 时，由式（20）可得：$[\delta\theta nv+(\delta-\delta\theta)]\frac{\partial e}{\partial x}=-(2e\theta+2\theta\phi-e)\delta v\frac{\partial n}{\partial x}$ 。因此，当 $\theta\geq 1/2$ 时，$2e\theta+2\theta\phi-e>0$ 。如果 $\frac{\partial n}{\partial x}>0$，则有 $\frac{\partial e}{\partial x}<0$ 。当 $\theta<1/2$ 时，且 $e\leq\frac{2\theta\phi}{1-2\theta}$ 成立，则 $2e\theta+2\theta\phi-e>0$，$\frac{\partial e}{\partial x}<0$ 。同理，当 $\theta<1/2$，且 $e>\frac{2\theta\phi}{1-2\theta}$，$\frac{\partial e}{\partial x}>0$ 。

当 $\gamma>\delta$ 时，由式（20）和式（24）可得：$[\delta\theta nv+(\gamma-\delta\theta)(1-vn)]\frac{\partial e}{\partial x}+(2e\delta\theta+2\delta\theta\phi-e\gamma)v\frac{\partial n}{\partial x}<0$ 。当 $\gamma\leq 2\delta\theta$ 时，$2e\delta\theta+2\delta\theta\phi-e\gamma>0$，如果 $\frac{\partial n}{\partial x}>0$，则 $\frac{\partial e}{\partial x}<0$ 。同理可得：当 $\gamma>2\delta\theta$ 时，且 $e<\frac{2\delta\theta\phi}{\gamma-2\delta\theta}$ 时，$\frac{\partial e}{\partial x}<0$ 。（3）和推论 1 类似可证明。